SILLOGISMI FUZZY, QUADRILATERO NUMERICO, TRIANGOLO DEI CONTRARI, INTER-BIVALENZA. di **Cavaliere Ferdinando** * e **Donnarumma Antonio** **

*Dottore in Filosofia (Università di Bologna), v. della Libertà 5, 47042 Cesenatico (FC), Italy, t. +39 0547-672469 **cavaliere.ferdinando@gmail.com**
** Lettore Università di Bologna, Facoltà di Ingegneria, v. del Borgo di S. Pietro 123, 40100 Bologna, Italy, t. +39 051-241155 **antonio.donnarum7aqw@alice.it**

Riassunto

Sono qui presentati **Sillogismi** e **Polisillogismi inediti**, chiamati "**Distintivi**" (D) e basati sull'**Esagono oppositivo**, in cui l'Universale **Uba** (**ogni o nessun b è a**) è la contaddittoria della Particolare **Yba** (**solo qualche b è a**). Y è preferito, come *primitivo*, ad I ed O, in quanto più "naturale". Tipica inferenza del sistema è l'obversione: **Uba = Uba' , Yba = Yba'**. I Sillogismi-D includono i tradizionali. Vengono proposti sviluppi Poligonali e Numerici, includenti i quantificatori intermedi ("la maggior parte di",…) ed alcune applicazioni *Modali, Semiotiche* (sinonimi-antonimi), *Enunciative* (semi-implicazione). I Poligoni vengono infine assorbiti nel **Quadrilatero Numerico Distintivo**. ***Privando*** *la classe-soggetto del* ***quantificatore*** *e* ***trasponendone*** *il suo attributo numerico al* ***valore di verità*** *del giudizio,* si rilevano isomorfismi tra i sistemi–D bivalenti e *Logiche Non-Standard*:. Questa Logica "(Poli-)**Inter-bivalente**" ammette **valori intermedi** tra il **vero** ed il **falso**, ed un **Principio di non-Contraddizione indebolito**. Incontriamo così la Logica Fuzzy e presentiamo il **Cubo delle Opposizioni Fuzzy**.

PARTE I SILLOGISMI DISTINTIVI PRE-NUMERICI *D*

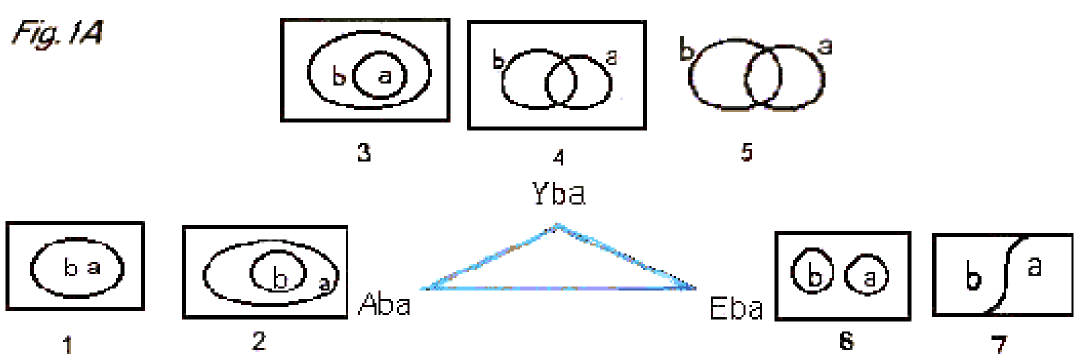
Sillogismi Distintivi semplici:

Sillogismo Triangolare Categorico D3

Fra i Sillogismi inediti qui presentati, chiamati Distintivi (in latino "Distinctivi"), i più primitivi, denominati "Triangolari", sono basati sul "**triangolo**" **dei contrari**; questo presenterà le seguenti **3** categoriche: Universale affermativa, Universale negativa, e, anziché le 2 Particolari del classico *quadrato oppositivo*, la loro congiunzione logica, che chiamiamo **Particolare Distintiva** (v.fig.1A). Il quantificatore di quest'ultima è interpretabile nel linguaggio naturale con espressioni come "**solo qualche**" in senso **esclusivo** della universalità, "almeno uno ma non tutti", "solo alcuni", "tutti i … tranne alcuni", "né tutti né nessun", "solamente una parte (tra tutti i)", ecc.

Data una coppia ordinata di *classi*, di cui una classe-soggetto "b" ed una classe-predicato "a", possiamo simbolizzare le 3 categoriche di cui sopra nel modo seguente : Aba (=ogni b è a); Eba (=nessun b è a); **Yba** (=**solo qualche b è a**). La scelta terminologica di "Distintivo" (accanto ad Affermativo e Negativo) è motivata dalla necessità di porre, accanto ai giudizi compatibili con la totalità di un insieme, quei giudizi che operino una *distinzione* (partizione) fra parti di una totalità, nell' affermare di alcune di tali parti quel che si nega delle restanti. [N.b. : ai fini del presente studio utilizzeremo come sinonimi i termini classe ed insieme]

Fig. 1A



In fig.1A, vicino ad ogni categorica, compaiono i diagrammi che, presi disgiunti, ne rappresentano le sue possibili interpretazioni insiemistiche. In tali diagrammi il *rettangolo di cornice* rappresenta l'*Universo del Discorso*, UD, tranne nel caso 5., in cui la unione di b ed a copre l'intero Universo. (Esempi: caso 4. UD=quadrilateri, b=rombi a=rettangoli 5. UD=poligoni b=poligoni con meno di cinque lati a=poligoni con più di tre lati). I **7 diagrammi** sono notoriamente **esaustivi** dei rapporti fra due coppie di insiemi complementari, tutti *diversi dalla classe Universale e dalla classe Vuota* (vedi ad es. Bird, O. : cap. 3 par. 27). Il "triangolo" delle opposizioni opera una **partizione** di questi **7 casi**, circostanza che *non si realizza nel quadrato delle opposizioni*. Possiamo pertanto porre come Assioma di base **(Aba) V (Eba) V (Yba)**, ove V = aut. Leggi di inferenza immediata: **a=a''** (doppia negazione); **Aba=Aa'b'** (contrapposizione); **Eba=Eab** (conversione); **Aba=Eba'** (obversione); **Eba = Aba'** (obversione); **Yba = Yba'** (obversione). Quest'ultima può essere così dimostrata , *all'interno della Sillogistica (S) tradizionale*: Yba =def: Iba *Oba

Iba * Oba = (Eba)' * (Aba)' = (Aba')' * (Eba')' = Oba' * Iba' = def: Yba'

Esempio: *Solo qualche* scienziato **è** logico se, e solo se, *solo qualche* scienziato **non è** logico.

La **obversione della Particolare distintiva, con copula o predicato affermativi, genera, *senza un cambio nella qualità del quantificatore*** (come *invece avviene per i 4 tradizionali*), **una Particolare distintiva equivalente**, **con copula aut predicato negativi**.

Sulla base di queste tre categoriche è possibile costruire una sillogistica, che chiameremo "**triangolare**" o **D3**, sul modello di quella classica. Tra i 108 modi possibili i **6 validi** saranno :

1ª AAA (**Barbara**), EAE (**Celarent**), **2ª**: EAE (**Cesare**) AEE (**Camestres**); **3 ª**: **YAY** (***HydraLynx*** *nuovo modo*), **4 ª**: AEE (**Camenes**). Si può prendere il modo YAY in 3 ª come assioma, ma qui vogliamo dimostrare come esso può essere derivato dalla sillogistica tradizionale.

Tesi (Yba * Abc) → Yca

1. (Iba * Abc) → (Ica) (Disamis)
2. (Oba* Abc) → (Oca) (Bocardo)

(1.* 2.) → Ica * Oca (Per logica degli enunciati)

(1.* 2.) → Yca (Definizione Yca = Ica * Oca)

[(Iba * Abc) * (Oba * Abc)] → Yca

1. 2.

[(Iba * Oba) * Abc] → Yca (Distributività del prodotto logico)

[Yba * Abc] → Yca (Definizione Yba) q.e.d.

Esempio: (*Solo qualche* **s**illogismo è **a**ristotelico)*(Ogni **s**illogismo è un **r**agionamento) → S*olo qualche* **r**agionamento non è **a**ristotelico) (**Ysa * Asr → Yra'** sostituendo Yra con Yra').

Sillogismo Triangolare Esclusivo D3e

Nella logica scolastica le predicazioni del tipo "soltanto b è/sono a" (= "Tantum b est/sunt a ") erano chiamate "exclusivae". Alla luce della moderna interpretazione sillogistica esse sono = Ab'a', nel nostro simbolismo =Xba. Xba significa che "i b soltanto sono a" o " nessun a è non b" (mentre "ci sono b che non sono a " viene lasciato indefinito). Xba' significa: soltanto b non è a. Pertanto Xba = Ab'a' = Aab = Xa'b' mentre Xba' = Aa'b = Ab'a = Xab'. Quanto alle particolari, anche qui possiamo generare un triangolo delle opposizioni: Xba =soltanto il b è a; Wba =il complemento di b è a (ogni b "ad infinitum" è a); Jba =solo qualche complemento di b è a (solo qualche b "ad infinitum" è a).

Fig.2

```
Xba ------ Wba
 I    X    I
(Wba)'-----(Xba)'
```

Fig.3

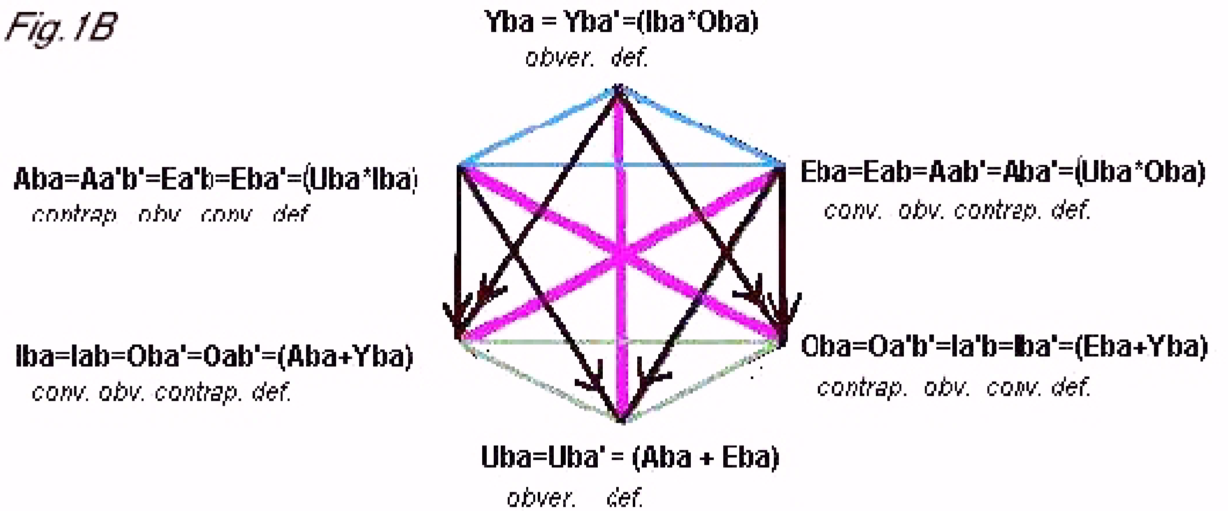
```
      Jba
     /   \
Xba ---- Wba
```

Per tali predicati varranno regole d'inferenza ed assiomi del tutto analoghi a quelli delle categoriche, si potrà dunque generare una sillogistica distintiva, con le dovute sostituzioni dei termini negativi nelle giuste occorrenze.

Sillogismo Esagonale D6

A questo punto integriamo Categoriche triangolari e Categoriche tradizionali, arricchite anche dei termini negativi, in un Sillogismo Esagonale D6. Dall' assioma di base (Aba $\underline{v}$ Eba $\underline{v}$ Yba) ricaviamo le contraddittorie, ossia le negazioni, delle categoriche-base. Così (Aba)' ←→ (Yba $\underline{v}$ Eba) ; (Eba)' ←→ (Aba $\underline{v}$ Yba); (Uba)'←→(Aba $\underline{v}$ Eba). Riconosciamo le tradizionali Iba = def. (Aba $\underline{v}$ Yba) ed Oba = def. (Eba $\underline{v}$ Yba), mentre compare una nuova categorica che chiameremo **Universale "distintiva"**, esprimente la negazione della particolare distintiva e che simbolizzeremo Uba=def. (Aba $\underline{v}$ Eba) (o ogni o nessun b è a) (dalla formula modificata: "**A**df**I**rmo, n**E**g**O**, in h**Y**bridis disting**U**o". Anche per l'Universale distintiva vale l'obversione: Uba = Uba'. Poiché Eba=Eab allora (Eba)'=(Eab)' ; inoltre (Eba)'=(Aba $\underline{v}$ Yba), come (Eab)' = (Aab $\underline{v}$ Yab), perciò (Aab $\underline{v}$ Yab)=(Aba $\underline{v}$ Yba) ossia Iab=Iba. Nell'esagono oppositivo che ne risulta (vedi fig.1B) le categoriche contraddittorie sono disposte simmetricamente rispetto al **centro**, mentre le contrarie (o sub-contrarie) lo sono rispetto all'**asse verticale**. Un ideale asse orizzontale separa le primitive, poste nella parte alta dell'esagono, dalle derivate, in basso. Le possibili rappresentazioni insiemistiche delle categoriche derivate Iba, Oba, Uba, sono ricavabili per disgiunzione.

Fig. 1B



Viene così individuata una **legge generale** del sillogismo secondo la quale *per ciascuna categorica vale **la stessa legge di inferenza immediata** della categorica ad essa **contraddittoria***: contrapposizione per le categoriche A ed O, conversione per E ed I, obversione per Y ed U.

A. Sesmat (1951) e R. Blanché (1966) presentarono esagoni oppositivi, ma non ci risultano sillogistiche su di essi sviluppate. Nel 1910 Vasiliev (1925) sviluppò una sillogistica triangolare basata sul quantificatore "solo qualche", ma differente dalla nostra, essendo affine ai sistemi paraconsistenti.

Aggiungendo i due casi di obversione delle distintive alle regole di inferenza immediata già note ed estendendo sistematicamente tutte le trasformazioni di equivalenza ad una coppia non ordinata di termini presi sia negativi che positivi, si ottengono in tutto 16 enunciati-base diversi per significato gli uni dagli altri, come in *tabella 1*. Nelle ultime tre righe compaiono espressioni non comprese nell'esagono iniziale, generate da altri 3 esagoni costruiti sulle coppie b'a', ab, a'b' (I rimanenti 4 possibili esagoni [o triangoli] sono equivalenti agli altri per obversione).

tab.1

Aba=Aa'b'=Ea'b=Eba'	Contraddittoria di	Oba=Oa'b'=Iba'=Ia'b
Eba=Eab=Aab'=Aba'	"	Iba=Iab=Oba'=Oab'
Yba=Yba'	"	Uba=Uba'
Ab'a'=Aab=Eab'=Eb'a	"	Ob'a'=Oab=Iab'=Ib'a

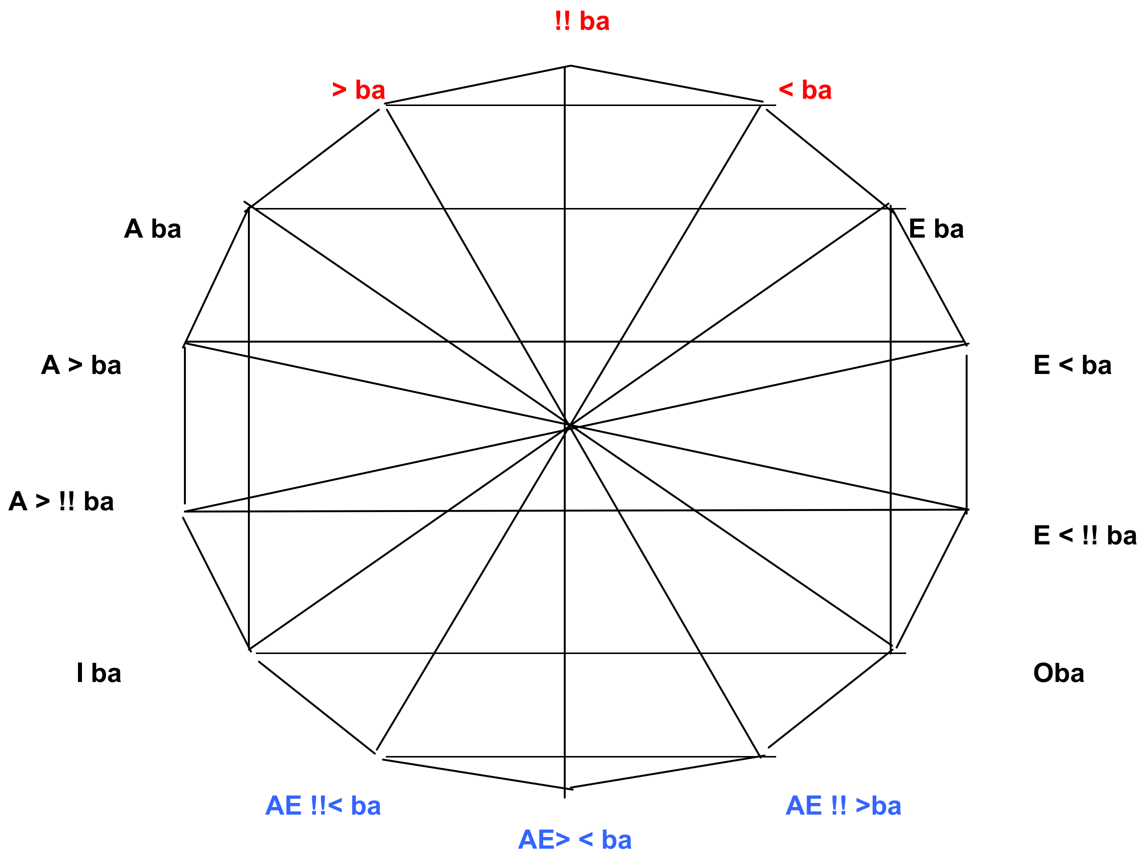
Eb'a'=Ea'b'=Aa'b=Ab'a	"	Ib'a'=Ia'b'=Oa'b=Ob'a
Yb'a'=Yb'a	"	Ub'a'=Ub'a
Yab=Yab'	"	Uab=Uab'
Ya'b'=Ya'b	"	Ua'b'=Ua'b

La tabella in *Appendice1* (suddivisa per esigenze tipografiche in due parti, a e b, la seconda idealmente giustapponibile a destra della prima) riassume **tutti i sillogismi** ammissibili nel sistema esagonale, con le intestazioni di colonne e righe che fungono rispettivamente da I e II premessa, mentre all'interno delle caselle ciascun enunciato rappresenta la conclusione più " stretta" o "forte" (cioè sono sottintesi i cosiddetti modi subalterni) del sillogismo avente come premesse le coordinate della casella medesima. Operando le dovute trasformazioni (inversioni nell'ordine delle premesse, conversioni, ecc.) la tabella esemplifica come la **Sillogistica Esagonale inglobi** tutti i modi validi del sillogismo tradizionale (24 modi) e di quello con termini anche negativi (conclusioni blu), ma altresì di **nuove forme sillogistiche**. Fra i modi nuovi : in **1^a** figura, **Uma *Acm → Uca** (*UnaLux,* dimostrabile per riduzione indiretta da HydraLynx*)*; in **2^a** figura **Uam * Ycm → Oca** *(VultGyro)*. Compaiono inoltre **altre forme deduttive** non propriamente sillogistiche, ma valide (e derivabili) come ad es.: **Uma * Ymc → Yca * Yc'a'**.
I sillogismi validi in cui una premessa è in Y sono: 1^a **AYI, EYO**; 2^a **AYO, EYO**; 3^a **AYI, YAY, YAI, YAO, EYO**; 4^a **YAI, EYO**. Dall'assioma *HydraLynx* (**Yma * Amc → Yca** in 3^a figura) per la logica degli enunciati si giunge ai modi subalterni YAI e YAO (Y→ I, e Y→O). Dal primo di questi, tramite la conversione della conclusione e lo scambio delle premesse, si giunge ad AYI; da quest'ultimo, per obversione della conclusione nonché della prima premessa, si ottiene il modo EYO. Da EYO in 3^a si può passare a EYO in 4^a con la conversione della prima premessa; sempre in 4^a, tramite EYO o *Camenes,* per riduzione indiretta si dimostra YAI; da questo, per conversa della conclusione e scambio di premesse si giunge a AYI nella 1^a che per obversione di conclusione e prima premessa genera EYO, che per conversa della prima premessa genera EYO nella 2^a. Da AYI nella 1^a si genera AYO nella 2^a nel seguente modo: si contrappone la prima premessa, e si obvertono la seconda premessa e la conclusione.

Sillogismi Poligonali - Sillogismi Quasi-numerici DQ

Con la Particolare Distintiva viene spezzato il lato A-E del quadrato o, se si preferisce, ne viene colmato lo iato, in modo non ambiguo. Possiamo a questo punto concepire ulteriori interruzioni, intermedie ma non necessariamente equidistanti. Tali nuovi quantificatori, e corrispondenti predicazioni, se scelti in modo da essere incompatibili fra loro ed esaustivi, possono dare origine a nuovi **Poligoni delle opposizioni,** base per la costruzione di **Sillogismi Distintivi Poligonali**. Lo schema sotto riportato illustra le relazioni oppositive tra 5 quantificatori: i tradizionali A ed E, ed altri tre, detti **Quasi-numerici**, **Qn**, da noi simbolizzati con **>** , **!!** , **<** , che significano, rispettivamente, **una sola parte, maggioritaria, di ; la metà esatta di** ; **una sola parte, minoritaria, di**. Il Qn ci informa della sua superiorità o inferiorità o coincidenza con una ideale metà (non calcolata) degli elementi del soggetto, nonché della sua diversità da A ed E . Tra i 5 quantificatori vige perciò una semplice relazione d'ordine (in latino: comparo). Vedi fig 4. Nella figura si trovano espressioni intermedie e ordinate tra A ed I sui lati a sinistra, fra E ed O sui lati a destra; Iba, equivale a A > !! < ba (ogni, o una sola parte maggioritaria di, o la metà esatta di, o una sola parte minoritaria di b è a) ed Oba, a E < !! > ba (nessun o una sola parte minoritaria di, o la metà o una sola parte maggioritaria di b è a). Ai vertici opposti si trovano espressioni reciprocamente contraddittorie. In posizione simmetrica rispetto all'asse verticale centrale si collocano le espressioni reciprocamente ottenibili per obversione con scambio dei quantificatori:

ad es. >ba ←→ <ba’ come <ba ←→ >ba’, oppure A > !! ba ←→ E < !! ba’ . !! è reciproco a se stesso, come Y che equivale a > !! < .



Operando una semplificazione del poligono come in fig. 5, questo mantiene inalterate le sue proprietà logiche anche se ne comprimiamo i lati, riducendo i vertici ai 4 canonici, gli altri divenendo punti interni al perimetro del Quadrato classico.

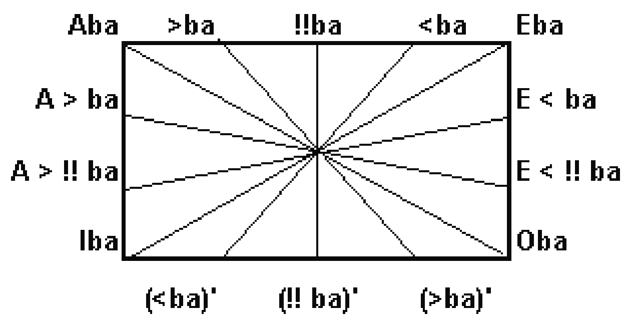


Fig5

Per sviluppare una Sillogistica Distintiva Quasi-numerica DQ si dovrà partire dai lavori di R.D. Carnes e P.L. Peterson (1991), che utilizzano i Qn denominanti “intermediate”, da noi posti sui lati verticali del Quadrilatero, mentre l’impostazione Distintiva predilige, come primitivi, i Qn posti sul lato orizzontale superiore. Esempio: (Una sola *parte, maggioritaria*, di **b**estie è **a**mmalata)*(*nessuna* **a**mmalata è **c**omprabile) → *nessuna*, *o una sola parte*, *minoritaria*, di **b**estie è **c**omprabile **(>ba * Eac) → (E < bc).** All’estremo opposto della moltiplicazione infinita dei lati del poligono, troviamo il caso limite che riduce a semplice ***segmento*** (poligono collassato) le figurazioni finora trattate: se b è costituito da 1 solo elemento o è a o è a’. Tale struttura è analoga a quella delle tanto discusse Predicazioni **<u>Singolari</u>**. In generale restano valide le 8 formule deduttive dei Sillogismi Singolari moderni (vedi Bird,O.(1964): cap.5 par 45); andranno aggiunti gli schemi che coinvolgono la U.

<u>Sillogismi Distintivi composti</u>

Come si è visto con le sole 3 categoriche di un triangolo delle opposizioni abbiamo operato una partizione delle 7 situazioni topologiche di fig.1A. Ognuna di queste ultime per essere discriminate da tutte le altre, necessita di un’ ulteriore predicazione.

Polisillogismo con Complementari D7c

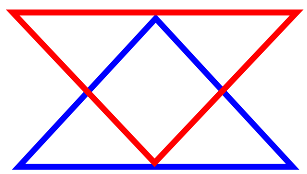
Espressioni base, inferenze immediate, regole deduttive mediate

Le informazioni aggiuntive di cui abbiamo bisogno per individuare i 7 casi ci possono essere fornite dalle Esclusive.

Nella tavola 2a possiamo vedere come la congiunzione di coppie di predicati possano farlo tramite i due triangoli categorico ed esclusivo (il blu ed il rosso, quest’ultimo capovolto)

Tab2a

Xba	← **3** →	***Uba***	← **5** →	**Wba**
↑		↑		↑
1		**4**		**7**
↓		↓		↓
Aba	← **2** →	**Jba**	← **6** →	***Eba***



La tabella 2b (qui sotto) in ogni riga presenta forme equivalenti. In II° colonna (“scolastica”), sono elencate le congiunzioni di Categoriche ed Esclusive della medesima coppia ba, che identificano in modo biunivoco i 7 casi topologici, indicati nella I°colonna.

I	II	III	IV	V	VI
casi	“scolastica”	esplicita	pratica	alternativa	sintetica
1	Aba *Xba	Aba *Ab'a'	AbaA,,	Aba *Eb’a	Abab’E
2	Aba *Jba	Aba *Yb'a'	AbaY,,	Aba *Yb'a	Abab’Y
3	Yba *Xba	Yba *Ab'a'	YbaA,,	Yba *Eb'a	Ybab'E
4	Yba *Jba	Yba *Yb'a'	YbaY,,	Yba *Yb'a	Ybab’Y
5	Yba *Wba	Yba' *Ab'a	Yba'A,,	Yba *Ab'a	Ybab'A
6	Eba *Jba	Aba' *Yb'a	Aba'Y,,	Eba *Yb'a	Ebab'Y
7	Eba *Wba	Aba' *Ab'a	Aba'A,,	Eba *Ab'a	Ebab'A

Nella colonna III (esplicita) ogni “doppia” categorica, o bi-categorica, può diventare una premessa di un sillogismo distintivo composto o **polisillogismo distintivo** con i **complementari,** D7, coinvolgente 3 insiemi – di cui uno avente funzione di medio - nonchè i 3 corrispettivi insiemi complementari. La colonna IV (pratica) proprio in vista del ***calcolo*** *polisillogistico* opera una <u>semplificazione</u> <u>della formula</u> di ciascun caso, omettendo il segno di congiunzione e la seconda coppia di termini, segnalata qui dalla doppia virgola, ma totalmente ignorata in sede di calcolo; della *seconda* coppia, che sarà da intendersi con i termini della prima negati, conserviamo però il **quantificatore**.

Anzitutto diamo le regole di **inferenza immediata**, (si farà riferimento alla colonna IV, “pratica”) :

A..A invertire il segno di complementazione di entrambi i termini. Inoltre è immediatamente convertibile.

A..Y o Y..A invertire sia il segno di complementazione di ciascun termine sia la successione dei quantificatori. La conversione dei termini va accompagnata da analogo cambio di posizione dei quantificatori (es.: YabA = AbaY = Aa'b'Y = Yb'a'A).
Y..Y si può invertire il segno di complementazione anche di un solo termine. Inoltre è immediatamente convertibile. (es.: YabY = YbaY = Yb'aY = Ya'b'Y…)
La tav. 3 illustra le conclusioni che possono esser tratte da 49 coppie di bi-premesse, ad esclusione dei modi equivalenti o subordinati. Le conclusioni sono indicate tramite proposizioni bi-categoriche, particolari distintive semplici, particolari tradizionali, essendo escluse congiunzioni di bi-categoriche per ragioni di sinteticità.

Tab. 3	1	2	3	4	5	6	7
	AbaA,,	**AbaY,,**	**YbaA,,**	**YbaY,,**	**Yba'A,,**	**Aba' Y,,**	**Aba'A,,**
1 AacA,,	**AbcA,,**	**AbcY,,**	**YbcA,,**	**YbcY,,**	**Ybc'A,,**	**Abc' Y,,**	**Abc'A,,**
2 AacY,,	**AbcY,,**	**AbcY,,**	***Ibc***	***Ycb***	**Ybc'A,,**	***Ib'c***	**Ybc'A,,**
3 YacA,,	**YbcA,,**	***Ib'c'***	**YbcA,,**	***Yc'b***	***Ibc'***	**Abc' Y,,**	**Abc' Y,,**
4 YacY,,	**YbcY,,**	***Yb'c***	***Ybc***		***Ybc***	***Yb'c***	**YbcY,,**
5 Yac'A,,	**Ybc'A,,**	***Ib'c***	**Ybc'A,,**	***Ycb***	***Ibc***	**AbcY,,**	**AbcY,,**
6 Aac' Y,,	**Abc' Y,,**	**Abc' Y,,**	***Ibc'***	***Yc'b***	**YbcA,,**	***Ib'c'***	**YbcA,,**
7 Aac'A,,	**Abc'A,,**	**Abc' Y,,**	**Ybc'A,,**	**YbcY,,**	**YbcA,,**	**AbcY,,**	**AbcA,,**

Quanto alle regole di deduzione pratica si procederà come segue. Saranno trascurate le virgole, da riposizionare a fine calcolo, se necessario. Preliminarmente dobbiamo raggiungere la forma standard: 1) disponiamo le premesse in sequenza, come nella *prima figura del sillogismo tradizionale con premesse invertite* 2) volgiamo il termine medio allo stesso segno in entrambe le premesse (operazioni sempre eseguibili grazie alle leggi di inferenza immediata). Quindi:
A) Quando almeno una delle premesse ha forma A..A, il termine non-medio in essa contenuto può **sostituire** il medio nell'altra premessa, generando così la conclusione.
B) Se le premesse hanno forma A..Y ovvero Y..A, e, messe in sequenza risultano ugualmente "orientate" (AY*AY, YA*YA), **i medi possono essere eliminati assieme ai quantificatori vicini**, lasciando la sequenza conclusiva; se invece "l'orientamento" è simmetrico (AY*YA,YA*AY), si avrà una conclusione **Particolare affermativa**, i cui termini avranno **il segno come in premessa** se i quantificatori centrali (vicini ai medi) sono A A, il **segno opposto** se i centrali sono Y Y .
C) Quando una premessa di tipo Y..Y si combina con una di forma A..Y ovvero Y..A, la conclusione sarà di **tipo Y**, in cui il **soggetto** sarà il termine non medio che compare nella premessa A..Y ovvero Y..A, e che avrà il **segno** come in *premessa* se nella stessa è accompagnato da Y, *altrimenti opposto.*
D) Due premesse Y..Y non danno luogo ad alcuna conclusione, essendo in questo caso possibili tutte e 7 le relazioni tra i termini non medi.
Delle regole si possono dare interpretazioni insiemistiche, ad es. B) significa: se la classe media è inclusa (in senso stretto) nelle altre due allora l'intersezione fra queste non è vuota; se la classe media include le altre due, allora saranno le complementari di queste ultime ad avere una intersezione non vuota. Un esempio d polisillogismo D7: **(YscA,, * YctA,,)→ YstA,,**

solo qualche film **s**onoro è a **c**olori, e ogni film **m**uto è in **b**ianco e nero;
solo qualche film a **c**olori è film di **T**ornatore, e ogni film in **b**ianco e nero è **n**on suo;
dunque: solo qualche film **s**onoro è film di **T**ornatore e ogni film **m**uto è **n**on suo.

I Polisillogismi distintivi risultano più **economici** della loro traduzione negli equivalenti **sillogismi** tradizionali con categoriche uniti da connettivi enunciativi.

Polisillogismo con Soggetto "ad infinitum" D7s

Sono possibili varianti equivalenti a D7. Ad esempio (vedi colonna V "alternativa" di tab. 3) potremmo utilizzare due categoriche di cui la seconda presenti in negativo solo il soggetto della prima, mantenga inalterato il predicato ed utilizzi anche l'universale negativa; in una versione "sintetica" (colonna VI), per non ripetere il predicato "a", la seconda categorica viene letta da destra a sinistra. Secondo questa notazione, avremmo un sillogismo equivalente al precedente nella forma seguente: **(Yscs'E * Yctc'E)→Ysts'E**

solo qualche film **s**onoro è a **c**olori, e (non) lo è nessun film **m**uto;
solo qualche film a **c**olori è film di **T**ornatore, e (non) lo è nessun film in **b**ianco e nero;
dunque: solo qualche film **s**onoro è film di **T**ornatore, e (non) lo è nessun film **m**uto.

<u>Estensioni Tri-Esagonali delle Logiche Classiche</u>

Vogliamo ora riproporre la tab. 2b, sviluppata da ulteriori interpretazioni (tab. 2c).

I	VI	III	IV	VII	VIII	IX	X	XI
casi					Tri relazionale	iconica	relazioni	sinonimie antonimie
1	Abab'E	Aba *Ab'a'	AbaA,,	AbaA,,	b Θ a	b Θ a	**Q**ualifica	**s**inonimo
2	Abab'Y	Aba *Yb'a'	AbaY,,	AbaY,,	b))a	b))a	**D**ecurta	ip**o**nimo
3	Ybab'E	Yba *Ab'a'	YbaA,,	Ab'a'Y,,	b'))a'	b((a	**C**omprende	ipe**r**onimo
4	Ybab'Y	Yba *Yb'a'	YbaY,,	YbaY,,	b)( )(a	b)( )(a	**M**ixa	**m**eronimo
5	Ybab'A	Yba' *Ab'a	Yba'A,,	Ab'aY,,	b'))a	b( )a	**O**mbreggia	ipe**rc**omplemento
6	Ebab'Y	Aba' *Yb'a	Aba'Y,,	Aba'Y,,	b))a'	b) (a	**R**espinge	ip**oc**omplemento
7	Ebab'A	Aba' *Ab'a	Aba'A,,	Aba'A,,	b Θ a'	b ◡◠ a	**S**epara	**c**omplemento

Sillogismo Relazionale Iconico R7

Se la struttura predicativa del Polisillogismo Distintivo lo inquadra entro un linguaggio di tipo naturale e tradizionale**,** la traduzione della colonna IV, attraverso le equivalenze della colonna VII, alla colonna VIII, porta tale sistema all'interno della **Logica Simbolica moderna**, anche se di *tipo* ***limitato,*** in quanto ***bi-argomentale*** *e* ***speciale,*** per il tipo di ***simbologia*** e la ***referenza*** ai ***7 casi***. Nella colonna VII abbiamo i 7 casi descritti in modo "equivalente" alle già viste espressioni della colonna "pratica". Ora possiamo adottare una notazione di tipo relazionale (colonna VIII) secondo il seguente codice di traduzione (i puntini stanno per le variabili): **A..A** diviene **Θ** ; **A..Y** diviene **))**; **Y..Y** diviene **)( )(**. La colonna IX ne evidenzia l' **iconicità diagrammatica**, e si determina tramite le regole di **inferenza immediata** dalla colonna precedente: la semplice regola di rotazione **<u>speculare</u>** della **parentesi** o altro **grafema** in concomitanza della **inversione** nella qualità del termine vicino. La relazione **Θ** è costituita da 2 parti, ognuna riferibile ad un termine: se ruota una sola delle parti facendo perno su una estremità, si ha la relazione ◡◠ ovvero ◠◡ , se ruotano *entrambe si ricostituisce* la **Θ** . Invece le rotazioni di **)( )(** *non risentono dei liberi cambi di qualità dei termini*. Nella colonna IX si crea graficamente uno schema in *miniatura* delle situazioni topologiche di riferimento. In colonna X le 7 relazioni vengono denominate con verbi transitivi.

Triangolo oppositivo nella Logica degli Enunciati

Per l'isomorfismo che sussiste fra *Logica delle Classi* e **Logica degli Enunciati**, possiamo esportare a quest'ultima lo schema tri-esagonale della sillogistica distintiva. Partendo dalle somiglianze strutturali fra l' Universale Aba e l'implicazione b → a , o fra Aba' e b → a', possiamo generare una nuova **implicazione distintiva**, o **semi-implicazione**, per analogia con la Particolare Distintiva, esprimibile come **b -:> a**, e interpretabile come "**Solo in parte b implica a**" equivalente alla propria obversione **b -:> a'** = **Solo in parte b implica a'**.
Ovviamente anche i Polisillogismi D7 possono ispirare forme omologhe nella Logica Enunciativa. Determinate interpretazioni possono dare al sistema connotazioni ***temporali*** ("sempre, mai, solo alcune volte","Solo in un dato periodo"…) o ***spaziali*** (ovunque, solo in qualche posto, nello stesso posto, nei rimanenti posti..)

Esagono oppositivo nelle Logiche Modali

La struttura tri-esagonale è forse in grado di semplificare i sistemi modali. Se, all'interno di un UD dei "mondi o casi *considerabili*", i **mondi o casi possibili p** costituiscono un **insieme** *come un altro* (complementare a quello degli *impossibili p')*, possiamo esprimere il rapporto con un *secondo insieme*, ad esempio quello dei *mondi* contraddistinti dalla *caratteristica* **c**, come segue:

- □ Apc= ogni possibile è c = c è (*Necessario*) **Accertato** o Evidente
- ■ Epc= nessun possibile è c = c è (*Impossibile*) **Escluso** o Scartato
- ◈ Ypc= solo qualche possibile è c= c è (*Contingente*Possibile*) **Variato** Ambivalente Discutibile Controverso Accidentale
- ◆ Opc= almeno 1 possibile è c' = c è (*Contingente*) **Escludibile** Scartabile
- ◇ Ipc= almeno 1 possibile è c = c è (*Possibile*) **Accertabile** Accertando
- ◨ Upc= o ogni o nessun possibile è c=c è (*o Necessario o Impossibile*) **Pre-Giudicato** Univoco Dogmatico Predeterminato Netto Assoluto.

In questo modo le espressioni aletiche ricondotte alla sillogistica, divengono vero-funzionali, ma così pure le altre modalità: le **deontiche** (è Obbligatorio b = è Vietato b', è Vietato b = è Obbligatorio b', è Facoltativo b = è Facoltativo b')) dove la negazione di Facoltativo è Regolato, di Vietato è Permesso e di Obbligatorio, può essere Gratuito; **epistemologiche** (…indecidibile) **doxastiche** (credere miscredere misconoscere dubitare) assiologiche o **valutative** (è buono è cattivo è indifferente) **bulomatiche** (desiderare…) ecc.Queste modalità possono essere ricondotte allo schema tri-esagonale con annesse leggi inferenziali.
Le modalità *epistemiche* (conoscere sconoscere ignorare intuire o..) sono invece più *problematiche* e complesse perché coinvolgono sia le modalità doxastiche sia le aletiche (e forse anche più): per es. se conosco b, b è accertato e io lo credo.
Anche altri schemi poligonali possono essere usati. **5** operatori modali *probabilistici* possono essere analoghi ai quasi-numerici: **c**erto (o vero), **p**robabile, **e**quiprobabile, **i**mprobabile, **f**also (o impossibile). Alcune disgiunzioni possibili: **v**erificato (**c+f**), i**n**certo (**p+e+i**) po**s**sibile (**n+c**). Operatori intermedi sono possibili in molte modalità , e costituiscono un ordine scalare fra loro: ad es "abbastanza buono" tra "buono" ed "indifferente" e così via (vedi L. Horn 1989).

Altre interpretazioni / applicazioni

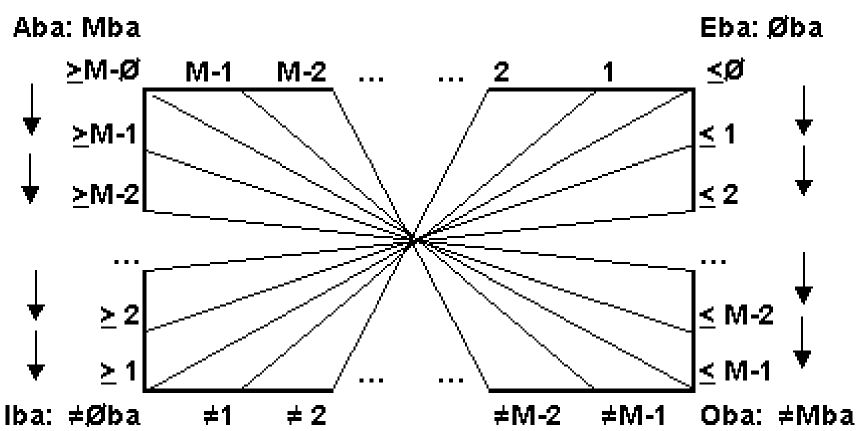
In colonna XI tab. 2c, abbiamo voluto interpretare in termini di **sinonimie** le 7 relazioni; le prime tre e l'ultima sono già utilizzate in ambito **linguistico** e nei *dizionari dei sinonimi e contrari*; le residue tre sono state da noi coniate per sottolineare l'importanza dello *Sfondo concettuale*, o A*mbito lessicografico*, nella definizione delle voci, un ruolo analogo a quello dell'Universo del discorso, nella definizione delle classi. In svariate discipline (es.Semiotica), le Definizioni possono avvalersi della triade *Essenziale, Estraneo, Accidentale* (i loro contraddittori sono inessenziale, compatibile, discriminante o cruciale). Si potranno così costruire nuovi poligoni semiotici.

PARTE II SILLOGISMI DISTINTIVI NUMERICI *N*

Sillogismi Distintivi Numerici semplici DN **Quadrilatero Distintivo Numerico** QDN

Definiamo una ***Predicazione Distintiva Numerica***, una **relazione copulativa** tra due classi non vuote, una classe-soggetto **s** ed una classe-predicato **p**, entro un *UD* distinto da ciascuna delle due classi, relazione definita tramite dei **numeri** (normalmente Naturali) costituenti i **quantificatori Distintivi Numerici qDN**) associati ai **funtori**: **≥** (**almeno**), **≤** (**al più**), > (più di), < (meno di), ≠ (**o maggiore o minore**, ossia **non uguale**), **=** (**esattamente** o **solo)*;*** quest'ultimo *viene sottinteso*. Per definizione **≥ n** equivale a **> n –1**, come **≤ n** a **< n+1**. Il qDN prevede il riferimento a ***tre*** numeri per *ogni termine*, il primo (**numeratore N**) indicante la *quantità* (o cardinalità (del sottoinsieme del soggetto) coinvolta nella predicazione, il secondo la quantità *entro la quale* (**totale o Massimo M**) il primo *si distingue*, ed il terzo *dalla quale* (**residuo R**), sempre il primo, *si distingue*; essendo il residuo definibile dalla *differenza* fra totale e numeratore, di solito viene **sottinteso**. Nell'uso **pratico** spesso quando parliamo di "*quantificatore*" o "*quantificato*", intendiamo riferirci *al solo numeratore*. **Tutti** i tipi di **quantificatori** tradizionali possono in ultima analisi essere **ricondotti** alla **struttura numerica** generalizzata $\mathbf{bX}^{\mathbf{W}}\,\mathbf{a}$. Come possiamo facilmente constatare Aba si realizza quando X=W, Eba quando W= Ø, Uba quando (X ≠ W) * (W ≠ Ø), Iba quando W ≠ Ø, Oba quando X ≠ W, Yba quando (X=W aut W=Ø). Anche i **Sillogismi Quasi-Numerici** sono riconducibili allo schema numerico, con variabili numeriche sottoposte a condizioni: quando **W >½ X** possiamo affermare che **>ba**, quando **W =½ X**, allora **!!ba,** quando **W < ½ X** , **<ba** .

Forniamo un esempio di sillogismo distintivo numerico: $[(\mathbf{b}_6{}^{4}\ \mathbf{a})*(\mathbf{a}_9{}^{\varnothing}\ \mathbf{c})] \rightarrow (\mathbf{b}_6{}^{\geq 2}\ \mathbf{c})$
(di tutte le nostre 6 **b**iciclette, solo 4 sono **a**rrugginite)e(nessuno dei nostri 9 oggetti **a**rrugginiti è **c**ostoso) dunque: (al massimo 2 delle nostre **b**iciclette sono **c**ostose). Come per le Quasi-numeriche anche per le predicazioni Distintive Numeriche possiamo usare i Poligoni oppositivi; tuttavia per **integrare** il conseguente **Sillogismo Distintivo Numerico DN** con *altri numerici* di impostazione *più classica* SN*,* modifichiamo il Poligono oppositivo costringendolo entro un **Quadrilatero Distintivo Numerico QDN**. Otteniamo così una rappresentazione dei quantificatori intermedi in una **scala ordinata** fra i due estremi del segmento Aba-Eba (fig. 6 qui sotto: i puntini lasciano aperta l'espansione ad ulteriori intermedi). Ogni quantificatore è diametralmente opposto al suo contraddittorio. Si possono interpretare i quantificatori in senso **Eccettuale** : tutti eccetto (o tranne) Ø (zero), eccetto 1, 2 e cosi fino a "tutti eccetto tutti", cioè nessuno. Una lunga tradizione, dagli "excepta" scolastici, a J. Lambert, a De Morgan, fino ai numerici di Murphree, ha utilizzato l'eccettuale numerica, assimilabile all'operazione insiemistica di <u>differenza asimmetrica</u>: **s\p** (oppure **s – p**) = **gli s che sono p'.**



Ciascun quantificatore sul lato superiore (A-E) è collocato simmetricamente, secondo la linea verticale mediana, rispetto al proprio reciproco; questo è definibile tramite la equivalenza $\mathbf{sM}^{\mathbf{N}}\ \mathbf{p} \leftrightarrow \mathbf{sM}^{\mathbf{M\text{-}N}}\ \mathbf{p'}$. Se N sarà uguale a M (o a Ø) perciò l'equivalenza citata diverrà $\mathbf{sM}^{\mathbf{M}}\ \mathbf{p} \leftrightarrow \mathbf{sM}^{\varnothing}$

p’ (o con numerali M e Ø scambiati). Se s ha un numero **pari** di elementi, un numeratore sarà posto proprio sull’asse mediano e sarà il **reciproco di se stesso***.* L’ intervallo ***compreso*** tra **M-1** e **1** illustra i numeratori che disgiunti compongono **Yba**, mentre l’intervallo complementare o ***esterno*** indica **Uba**. Altri tipi di intervalli interni o esterni possono essere ricavati dagli schemi. Così, $s_6 \; {}^{\geq 3 \; \leq 5} \; p$ **,** si leggerà: **Fra gli s, che sono in tutto 6, dai 3 ai 5 sono fra i p**, mentre $S_6 \; {}^{\leq 3 \; \geq 5} \; p$ vorrà dire: **Fra gli s, che sono in tutto 6, o al più 3 o almeno 5 sono fra i p.**

I sillogismi numerici non-Distintivi (N) di **E. A. Hacker e W. T. Parry.** (anni ’60), di **W. Murphree**, (anni ’90) e altri, ignorano il lato superiore del QDN. Tuttavia il loro apparato deduttivo, appare solido, fondato su sviluppi algebrici e verifiche diagrammatiche. Le **regole deduttive** di questi sistemi sono dei riferimenti per costruire sistemi più economici DN o PDN, che salvino intuibilità immediata e **principi della matematica discreta** (inclusione-esclusione, formule Da Silva, Sylvester…). Forniamo 2 esempi di N nei termini degli autori sopra citati, utilizzando la nostra simbologia, per dare un’idea di questa possibile fusione.

$(m \; {}^{>60} \; p) \;\&\; (m \; {}^{\leq 10} \; s') \rightarrow (s \; {}^{>50} \; p)$ (tipo Disamis)

$(m \; {}^{>16} \; p') \;\&\; (m \; {}^{\leq 10} \; s') \rightarrow (s \; {}^{>6} \; p')$ (tipo Bocardo)

Come sappiamo il modo *HydraLynx* è derivabile dai classici modi Disamis e Bocardo, pertanto gli esempi sopra riportati ne originano un analogo modo, nella Sillogistica Numerica:

$({}^{>16} m \; {}^{>60} \; p) \;\&\; (m \; {}^{\leq 10} \; s') \rightarrow ({}^{>6} s \; {}^{>50} \; p)$ (tipo HydraLynx)

Polisillogismi Distintivi Numerici PDN

Lo “spirito distintivo” porta naturalmente anche una “**quantificazione numerica del predicato**” e, per avere una informazione completa, a quantificare numericamente il **complementare del soggetto**, o della intersezione fra i complementari di soggetto e predicato (bi-predicazioni per **Polisillogismi Distintivi Numerici PDN**) . Per es ${}^{(2)}\mathbf{s8}\,{}^{6}\,\mathbf{9p}$ significa: “Mentre esattamente (**2**) **residui non** lo sono (sono non-p) **di totali 8s, esattamente 6 sono fra i totali 9p”**. La formula generale di una predicazione **polisillogistica numerica completa** (con soggetto anche “ad infinitum”), sarà:

$S_{\ldots M} \; {}^{\ldots Q \ldots R} \; {}_{\ldots W}\, p \; {}^{\ldots T \ldots X} \; {}_{\ldots V}\, s'$ (i puntini valgono come occorrenze dei funtori ≤ o ≥) o, trascurando funtori e dati derivabili: $\mathbf{sX}^{R}\,\mathbf{Wp} \;\; \mathbf{Zs'}$

Quanto alle inferenze immediate, dal totale del soggetto e da quello del suo complementare (ma lo stesso dicasi per il predicato), sommati, ricaviamo il totale dell’UD. La differenza tra totale e numeratore ci indica la potenza dell’intersezione fra il soggetto ed il complementare del predicato. Dai totali di soggetto e predicato, sottraendo l’intersezione, per non contarla due volte (principio di inclusione-esclusione della matematica discreta) otteniamo il totale dell’insieme unione di soggetto e predicato, che sottratto all’ UD, dà il totale del complemento dell’unione. Se compaiono degli zeri, alcune sezioni saranno assenti. Su queste basi si effettuano deduzioni polisillogistiche numeriche, quasi numeriche o parziali.

Un possibile sviluppo numerico del sistema iconico relazionale può portare ad una semplificazione. Possiamo infatti attribuire un numero a ciascuno dei settori separati dalle parentesi o altre icone. Esempi:

b8Θa 5 = b ed a sono equivalenti ed 8 in tutto, i restanti sono 5 [oppure b8a 5]
b8)3)a 6 = i b sono 8 gli a 11, i non b non a sono 6
6 b(3(8a = i non b non a sono 6, i b sono 11 gli a 8,
b5)(3)(7a 9 = i b sono 8, gli a 10, i non a e non b sono 9 [oppure b(5(3)7)a 9]
b 5(3)7 a = i b sono 8 , gli a 10, i non a 5, i non b 7
b8) 2 (11a = i b sono 8, gli a 11 , 2 non sono nè b nè a
b4 ◡⁀3a = i b sono 4, i complementari, a , sono 3 [oppure 4b a5]

PARTE III: INTERPRETAZIONI LOGICHE NON-STANDARD

Trasposizione dei Quantificatori ai Valori di Verità: Inter-bivalenza, Super-bivalenza

Base della logica standard, il **Principio di Non-Contraddizione Pnc** trova piena espressione nelle predicazioni e sillogismi Singolari dove al soggetto, non "quantificato", perché unitario, può vedersi interamente attribuito o interamente negato un determinato attributo. Aristotele sottolineava che "lo stesso attributo non può contemporaneamente appartenere e non appartenere allo stesso soggetto ***dallo stesso punto di vista***" (o riguardo, interpretazione). Chiediamoci: e se cambiassimo punto di vista? Una molteplicità di punti di vista si introduce con la quantificazione del soggetto, per l'esigenza di **distinguere** delle partizioni o sottoinsiemi all'interno della classe del soggetto, non più visto come un tutto monolitico. Nella Particolare Distintiva la classe-soggetto (*livello logico* 2), formalmente unitaria, è costituita sostanzialmente da due sottoclassi (*livello logico* 1) disgiunte e, relativamente alla classe-madre, esaustive, per le quali si determinano predicazioni opposte, ma conformi ai loro elementi (*livello logico* 0). Nella logica classica al Pnc è associata la bivalenza. "Gli europei sono greci?" A rigore, ossia nella generalità, non lo sono. Ma se ciò che è vero per una parte del soggetto non lo è per l'altra (livello logico 1), come possiamo sostenere che per l'intero soggetto (livello logico 2) sia valido solo l'uno anziché l'altro dei 2 valori di verità? Una stretta bivalenza sembra inadeguata perchè asimmetrica Possiamo neutralizzare tale inadeguatezza in un modo semplice: **indebolendo** il **Pnc, al livello "2"**, cioè **violandolo in parte**, tramite una **bivalenza flessibile**. Sappiamo che le proprietà di una classe possono essere differenti da quelle dei suoi elementi: perchè non anche nei valori di verità di riferimento? Le risposte possibili e alternative alla domanda del tipo "Gli x sono y ?" saranno così tre: **T** (ingl. True o V) = si, è Vero; **F** = no, è Falso; **Γ** =così così, **in parte,** è **Limitato** (o Parziale, Tollerante, Riduttivo, Moderato, Relativo). Se una proposizione è **in parte vera**, è anche **in parte falsa**, dunque **in parte non falsa** ed **in parte non vera.** La tripartizione **ogni / nessuno / solo qualche**, si sposta così **dal quantificatore al valore di verità**, o anche, se si preferisce, alla **copula, è / non è / è in parte**. Da notare che la "terza" opzione valoriale *non è altro* che un **ibrido** che si compone esclusivamente di "porzioni" delle altre due, non risulta perciò "aliena" o "eterogenea" al vero ed al falso, come richiederebbe una autentico terzo valore, extra-bivalente (privo di significato, non ben formato, convenzionale, indecidibile, non-contestuale, extracategoriale, improprio: vedi A. Sinowjew, H. Wessel, e relativo esagono oppositivo trivalente a livello dei termini, bivalente a livello proposizionale). Questa valenza si riferisce invece a tutti quei casi collocati idealmente nell'intervallo tra i due estremi (esclusi) dell'"Ogni" e del "Nessuno", perciò l'abbiamo denominata **Inter-bivalenza** (o Meso-bivalenza), non Trivalenza. Dunque si rende necessaria una distinzione concettuale tra due formulazioni che sono state sempre considerate equivalenti: il principio aristotelico del μεταξυ intermedio (medio escluso) in inglese "Excluded Middle", e la sua versione scolastica Latina del "tertium non datur" (terzo escluso). L'abbandono della bivalenza classica, per dar luogo all'Inter-bivalenza, scaturisce **non** da necessità di tipo modale, temporale, metafisico o fisico/probabilistico (libero arbitrio, in determinismo del futuro), come storicamente è accaduto per Aristotele, Lukasiewicz ed altri, ma da un ***modo pluriprospettico, stratificato*** di guardare le **relazioni semantico-topologico** fra insiemi, sottinsiemi ed elementi.

Vi è anche un'altra modalità per *restare nella bivalenza*, *violando il Pnc*: quella delle **Logiche Paraconsistenti** o **Dialettiche**, per le quali una cosa può essere **insieme vera e falsa** (**Ŧ**). Riteniamo che tali Logiche, che gli stessi sostenitori vogliono esplicitamente salvare da una totale inconsistenza, **o** siano implicitamente **Tri-Polivalenti, o** in qualche modo **riconducibili all'Inter-bivalenza.** In questo caso ad essere tradotto in termini di valenza **non** sarà il **quantificatore**, ma **i livelli logici stessi (0,1,2)**, con un salto trasversale, "**meta-logico**". Es. Tutte le macchine sono utili (livello 1a se ben usate) tutte le macchine sono pericolose (livello 1b se mal usate) così tutte le machine sono utili e pericolose (livello 2 senza considerare il loro uso) Solo qualche livello conferma la loro utilità. E' vero e falso che le macchine sono utili. Possiamo definire questa valenza **Super-bivalenza**. Molti sistemi di pensiero l'hanno adottata, ad es. la Imaginary Logic di N.A. Vasiliev (1925), le Logiche Non-Monotoniche, la Psicanalisi (contrarietà conscio-inconscio, bi-logica di I. Matte Blanco) ed in generale, le descrizioni non riduzionistiche della realtà, dalla biologia ai processi storici e sociologici. La Super-bivalenza può interpretare insiemi contraddittori (e risolvere il paradosso del mentitore) in quanto dispiegati o collocati in prospettive o dimensioni sovrapposte (spazio-temporale, topologica, metalinguistica, polisemica, strutturale, ecc) con giudizi **incerti, oscillanti fra i diversi piani**. Possiamo concludere che gli isomorfismi tra I sistemi D e molte logiche non standard possono essere identificati nel modo seguente: privando la classe soggetto del suo quantificatore (o del suo livello logico) e trasponendone l'attributo (pre)numerico al valore di verità del giudizio. La loro legge tipica è l'obversione: **Yba=Yba' Γba=Γba' Ŧba=Ŧba'.**

Sillogismi Interbivalenti Pre-Numerici (generalizzanti)

Possiamo così produrre bi-predicazioni o polisillogismi in termini Inter-bivalenti, ad es.:

1 b Θ a Abab'E **T bab' F** E' **vero** che b sia a, che lo sia b' è **falso**
2 b))a Abab'Y **T bab' Γ** E' **vero** che b sia a, che lo sia b' è **limitato**
3 b((a Ybab'E **Γ bab' F** E' **limitato** che b sia a, che lo sia b' è **falso**
4 b)( )(a Ybab'Y **T bab' Γ** E' **limitato** che b sia a, che lo sia b' è **limitato**
5 b( )a Ybab'A **Γ bab' T** E' **limitato** che b sia a, che lo sia b' è **vero**
6 b) (a Ebab'Y **F bab' Γ** E' **falso** che b sia a, che lo sia b' è **limitato**
7 b◡◠a Ebab'A **F bab' T** E' **falso** che b sia a, che lo sia b' è **vero**

Che gli uomini siano mortali è *vero*, viceversa, che i mortali siano uomini, è *vero in parte*;
che i mortali siano volatili è *vero in parte*, viceversa, che i volatili siano mortali è *vero*;
dunque, che i non-uomini siano non-volatili è *vero almeno in parte*.

Il quantificatore I tradurrà "almeno in parte, O tradurrà "al massimo in parte", U, "totalmente o per nulla". Traduzioni analoghe si potranno fare con i quantificatori Qn.

Sillogismi Interbivalenti Numerici (puntualizzanti)

Questi assegnano una precisa **misura della verità** di una predicazione di una classe-soggetto verso una classe-predicato. In riferimento al modello del quadrilatero graduato o continuo possiamo far corrispondere un valore di verità ad un punto o ad un intervallo definito da punti sul lato A-E del quadrato. Naturalmente la misura della **verità** è **relativa** alla **totalità** della *classe-soggetto* (utilizzabile in vari modi: commensurativo assoluto, statistico-correlativo, relativo-probabilistico, frazionario-percentuale, ecc). Qui, come nei sistemi seguenti, hanno riscontro tutte le leggi e regole deduttive valide per i sillogismi numerici.

L' Inter-bivalenza va *distinta dal calcolo delle probabilità*, anche se adopera un analogo modello matematico. L'incertezza al 50% che nel frigorifero sia chiusa una mela è tutt'altro dalla certezza che vi sia mezza mela (v. B. Kosko 1993). L'incertezza probabilistica scompare ad evento accaduto, la verità intermedia no. Possiamo arrivare a infiniti quantificatori numerici, come le **frazioni** tra 1 e Ø, o le **percentuali**. Attenzione però, ad interpretazione riduttive: il qDN $s10^{5}$ se interpretato come la metà degli s (perché aritmeticamente ½ = 5/10) ci fa perdere i dati assoluti di s lasciandocene solo alcuni rapporti, importanti in taluni contesti, fuorvianti in altri.

Sillogismi Interbivalenti Numerici Scalari o Graduati (discreti)

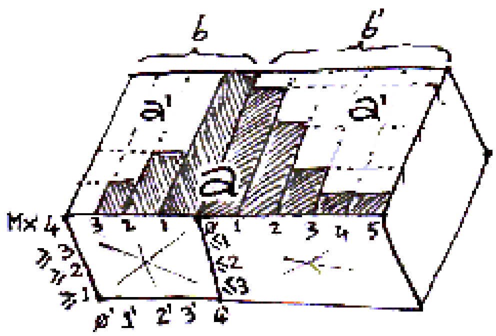
I **Sillogismi Numerici Naturali** visti in precedenza vengono qui **tradotti** in una sorta di *Poli-Inter-bivalenza*. Utilizzando una metafora, se la bivalenza utilizza il bianco ed il nero e l' Inter-bivalenza aggiunge un tono grigio, la Logica Graduata **moltiplica**, in base ad unità **discrete**, i toni **intermedi**, organizzati in **scala,** assicurando così una maggiore **accuratezza** al giudizio. E' una prima *approssimazione* alle predicazioni sfumate, fra classi-termini dai confini netti (crisp, rough), ove cioè per qualsiasi elemento è ancora chiaramente definibile l'appartenenza o meno a un dato insieme. Uno dei risultati di questa logica è la soluzione del paradosso del sorite o del mucchio ..

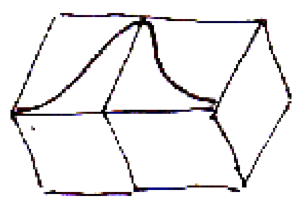
Sillogismi Interbivalenti Numerici Sfumati (continui)

Con l'utilizzo di quantificatori con numeri **razionali o reali**, viene **raggiunta** finalmente la gamma **infinita** di sfumature di grigio, senza soluzione di continuità: **Sillogismi e Polisillogismi a** predicazione o **relazione sfumata** (**fuzzy,** flou, nuance, morbida), **fra insiemi** che restano **crisp, netti**. L'interpretazione si apre a **enti continui**, ad esempio superfici, distanze, ecc. conservando però il riferimento al linguaggio naturale, garantito dalla struttura predicativa. La componente immaginaria di un numero potrebbe definire la predicazione in termini modali o temporali.

Sillogismi e Polisillogismi sfumati tridimensionali

Per completare l' approdo alla **logica fuzzy** resta l'ultimo passo: attribuire non solo alla relazione, ma anche ad ogni **elemento** (livello 0) di una classe, la **misura (o verità) della sua appartenza** (membership) alla classe stessa (livello 1 o 2), dunque trasformando questa in **classe fuzzy.** Ciò sarà esprimibile aggiungendo un asse cartesiano al modello del quadrato oppositivo, che diviene un "**Cubo fuzzy delle opposizioni**"(vedi di seguito fig. 7).





Se possibile, occorrerà ora individuare le funzioni matematiche che descrivano le progressioni dei valori individuali ordinati (membership function). In base al cubo fuzzy, ed alle regole acquisite in ambito bivalente, sarà così possibile dar luogo a **Sillogismi e Polisillogismi Sfumati tridimensionali.**

<u>Prospettive di sviluppo teorico</u>

I **limiti** dei sistemi D derivano dal fondarsi sulla **struttura soggetto-predicato** (*logica dei termini*) inadatto ad esprimere le complessità di funzioni pluri-argomentali e della logica delle relazioni. Tuttavia le analisi delle predicazioni **distintive** rivelano una relazione a quattro-cinque argomenti, (anche più nei polisillogismi), in cui i primi due (sottinsiemi) si spartiscono il terzo (soggetto), e si relazionano ad un quarto e ad un quinto argomento (il predicato e la sua negazione). Abbiamo poi visto in R7 una **interpretazione relazionale,** biargomentale, ma quantificabile **numericamente**. Nello <u>sviluppo storico</u> della logica classica, la predicazione Eccettuale (" Ogni b, eccetto c, è a ", Xbca), manifesta una struttura tri-argomentale, e negli studi del *Lambert* (1764) espressioni come "*tutti i b che sono c non sono a*" (espandibile iterativamente ad altri termini: "che sono…che sono…"), si avvicinano ai *funtori booleani*. Tutto ciò fa pensare che qualche **ampliamento** delle variabili argomentali e relazionali delle sillogistiche sia possibile senza rinunciare ad un linguaggio ed intuizioni naturali. **Fred Summers** (1982) ha creato un sistema (chiamato **Old New Logic**) che a partire dalla struttura soggetto-predicato, base della lingua naturale e della sillogistica, attraverso progressive espansioni (studi di **G. Englebretsen** (1987) e **Numerical Term Logic** di **W. Murphree** (1998) avrebbe una **potenza** deduttiva ed espressiva competitiva rispetto al **calcolo dei predicati del primo ordine** (e delle **relazioni**). Queste alternative, per **S. Lindell** (2005), sono in realtà coniugabili (e applicabili in informatica e I.A.). Recentemente **Ben Yami, H.** (2004) ha costruito un altro sistema deduttivo basato sul linguaggio naturale comparabile, quanto a potenza, al calcolo dei predicati del I ordine. Forse una integrazione fra questi sistemi è possibile.

Prospettive applicative

La storia della scienza ha ampiamente dimostrato come teorie pure e tecnologie applicate favoriscano il reciproco sviluppo, se interagiscono e si contaminano. Riteniamo che lo sviluppo di una sintassi comune fra la Logica Classica, la Fuzzy Logic e le Sillogistiche Distintive potrebbe ridurre un divario teorico culturale e tecnologico importante. Vaste aree disciplinari vedono applicate solo le logiche classiche, mentre altre sono estranee a logiche di qualsiasi tipo. Si propone l'applicazione di sistemi a linguaggio naturale, portati al chiarimento terminologico ed alla trasmissione delle conoscenze, come i sistemi D, in campi in cui vigono pluralità di codici e neologismi, oggi in crescita esponenziale. In fig 8 ogni lettera segno può essere predicata nel suo essere H secondo un grado di verità complementare alla sua A-predicabilità. Una sillogistica fuzzy può rendere bene la sequenza dei valori intermedi in simili problemi di *pattern recognizing*, là dove modelli bivalenti falliscono per la difficoltà di interpretare l'ambiguità dei casi. Fig. 8

Per analogia e ad integrazione delle fuzzy-tecnologie (soprattutto elettrodomestici, sistemi di regolazione e controllo), si possono pensare applicazioni in *ingegneria* (**disegno di macchine** v. Donnarumma 1999) *biomedicina* (**analisi comparate**), in *linguistica* (**traduttori, dizionari frequentisti**), *biblioteconomia* (**indicizzazioni**), *informatica* (**motori di ricerca**), *legge* (**diritto comparato**), *comunicazione multimediale* (misura dell'efficacia del messaggio, didattica).

Montreux , Svizzera, 31/5 - 3/6 2007

BIBLIOGRAFIA (*N.B.:* NDJFL = Notre Dame Journal of Formal Logic)

Per una versione del presente lavoro più ampia, (specie per la quantificazione del predicato) vedi: http://www.arrigoamadori.com/lezioni/AngoloDelFilosofo/AngoloDelFilosofo.htm

Ben Yami, H.: Logic & Natural Language: on plural reference and it semantic and logical significance, Ashgate, 2004

Béziau, Jean-Yves, "New light on the square of oppositions and its nameless corner", *Logical Investigations*, 10, 2003

Bird, Otto: Syllogistic and its extensions, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey

Blanché, Robert :Structures intellectuelles : essai sur l'organisation systematique des concepts, J.Vrin, Paris,1966

Bochenski, Joseph M.: La logica formale (2 voll.), Einaudi, Torino, 1972

Carnes, Robert D. e Peterson, Philip L. : Intermediate Quantifiers vs Percentages NDJFL, Vol. 32 , Nr 2, Ott. 1991

Donnarumma A., M. Pappalardo :" Designing in Many-Valued Logic", IPMM'99 2nd International Processing and Manufacturing of Materials, 1, 185-189, Hawaii, July 10-15, 1999.

Englebretsen, George. editor: The New Syllogistic, Peter Lang, New York, 1987

Horn, Laurence R. : A natural history of negation, UCP, Chicago, 2nd ed.1989

Hacker E. A. , Parry W. T.: Pure Numerical Boolean Syllogisms, NDJFL, Vol. Viii, N.4, Oct. 1967

Kosko, Bart : Il Fuzzy Pensiero, Bellini & Castaldi, Milano, 1997

Lejewski, Czeslaw: "Ancient logic" and **Moody, Ernest A.**, "Medieval logic" in "Logic (history of)" Encyclopedia of Philosophy, ed. by P.Edwards, New York-London, 1967, vol IV

Lambert, Johann Heinrich "Nuovo Organo", [Liepzig, 1764] Bari, Laterza, 1977

Lindell, Steven : A Term Logic for Physically Realizable Models of Informations, Chapter 8 in *The Old New Logic: Essays on the Philosophy of Fred Sommers* published by MIT press (2005)

Moretti, Alessio, "Geometry for Modalities? Yes: Through *n*-Opposition Theory" (appeared in: Béziau J.-Y., Costa-Leite A. and Facchini A. (eds.) *Aspects of Universal Logic*, Cahiers de logique - Université de Neuchâtel, dec 2004)

Murphree, W. A. : The Numerical Syllogism and Existential Presupposition, NDJFL, Vol.38, Nr. 1, W. 1997

Murphree, W. A. : Numerical Term Logic, NDJFL, Vol.39, Nr. 3, S. 1998

Patzig, Gunther: Syllogistic, Encyclopedia Britannica, Chicago,1974"Macropedia",vol.17,890-899

Sesmat, Augustin, Logique, Hermann, Paris, 1951

Seuren, Pieter A.M. The natural logic of language and cognition, Pragmatics16.1:103–138 (2006)

Sommers ,Fred : The Logic of Natural Language, Oxford University Press, Oxford, 1982

Sommers, Fred : Predication in the Logic of Terms, NDJFL, Vol. 31, Nr. 1, W '90

Vasiliev, Nicolai A.. Imaginary (non Aristotelian) Logic. Atti del V Congresso Internazionale di Filosofia, Napoli 1925

Wessel, Horst : Logik und Philosophie, Logos-Verlag, Berlin, 1976 (1999 II ed)

Appen1a	**Ama**	**Am'a'**	**Ema**	**Em'a'**	**Ima**	**Im'a'**	**Oma**	**Om'a'**
Amc	Ica	Ac'a'	Oca	Ec'a'	Ica		Oca	
Am'c'	Aca	Ic'a'	Eca	Oc'a'		Ic'a'		Oc'a'
Emc	Oc'a'	Eca	Ic'a'	Aca	Oc'a'		Ic'a'	
Em'c'	Ec'a'	Oca	Ac'a'	Ica		Oca		Ica
Imc	Ica		Oca					
Im'c'		Ic'a'		Oc'a'				
Omc	Oc'a'		Ic'a'					
Om'c'		Oca		Ica				
Ymc	**Yac**		**Ya'c'**					
Ym'c'		**Ya'c'**		**Yac**				
Ycm	**Ica**	**Oca**	**Oca**	**Ica**				
Yc'm'	**Oc'a'**	**Ic'a'**	**Ic'a'**	**Oc'a'**				
Umc		**Uac**		**Ua'c'**				
Um'c'	**Ua'c'**		**Uac**					
Ucm	Aca+Oc'a'	Eca+Ic'a'	Eca+Ic'a'	Aca+Oc'a'	Aca+Oc'a'	Eca+Ic'a'	Eca+Ic'a'	Aca+Oc'a'
Uc'm'	Ica+Ec'a'	Oca+Ac'a'	Oca+Ac'a'	Ica+Ec'a'	Ica+Ec'a'	Oca+Ac'a'	Oca+Ac'a'	Ica+Ec'a'

Appen1b	**Yma**	**Ym'a'**	**Yam**	**Ya'm'**	**Uma**	**Um'a'**	**Uam**	**Ua'm'**
Amc	**Yca**		**Ica**	**Oca**		**Uc'a'**	Oca+Ac'a'	Ica+Ec'a'
Am'c'		**Yc'a'**	**Oc'a'**	**Ic'a'**	**Uca**		Eca+Ic'a'	Aca+Oc'a'
Emc	**Yc'a'**		**Oc'a'**	**Ic'a'**		**Uca**	Eca+Ic'a'	Aca+Oc'a'
Em'c'		**Yca**	**Ica**	**Oca**	**Uc'a'**		Oca+Ac'a'	Ica+Ec'a'
Imc							Oca+Ac'a'	Ica+Ec'a'
Im'c'							Eca+Ic'a'	Aca+Oc'a'
Omc							Eca+Ic'a'	Aca+Oc'a'
Om'c'							Oca+Ac'a'	Ica+Ec'a'
Ymc					Yca+Yc'a'			
Ym'c'						Yca+Yc'a'		
Ycm							**Oca**	**Ica**
Yc'm'							**Ic'a'**	**Oc'a'**
Umc	Yca+Yc'a'					Uca+Uc'a'		
Um'c'		Yca+Yc'a'			Uca+Uc'a'			
Ucm			**Oc'a'**	**Ic'a'**			Eca+Ic'a'	Aca+Oc'a'
Uc'm'			**Ica**	**Oca**			Oca+Ac'a'	Ica+Ec'a'

Appendice 2: Quantificazione del predicato come Polisillogismo con Coppie Invertite di termini D10

In psicolinguistica, lo studio della struttura logica dei linguaggi naturali porterebbe alla conclusione che la ottocentesca quantificazione del predicato di W. Hamilton e sistemi simili possano corrispondere meglio del moderno calcolo dei predicati all'economia del pensiero umano (v. Seuren, Pieter A.M, 2006). Simili sistemi possono essere ricavati da un polisillogismo D10 simile a D7, più limitato e ridondante (10 casi). In queste bi-predicazioni il 2° quantificatore si può infatti ritenere riferito al predicato (vedi 1^a tab. qui sotto, ultima colonna) o, posposto, leggendo da destra a sinistra, come riferito alla medesima coppia di classi, in ordine anche inverso : ad es. Aba * Yab = AbaY = AbYa (=tutti i b sono solo qualche a). (v. Cavaliere F. 2007)

La 2^a tabella compara le espressioni base di D10 a quelle usate da alcuni logici dei secoli scorsi. (Nota: Gergonne non era uno di questi, ma il suo sistema rivela affinità con D10)

7Casi	Quantificazione delle coppie inverse	Diagrammi		– Quantificazione del Predicato
1	AbaA <--> Ab'a'A ---> Eba'E ---> Eb'aE	Θ		AbAa = Aba * Aab
2	AbaY <--> Yb'a'A ---> Yb'aY ---> Eba'E	))		AbYa = Aba * Yab
3	YbaA <--> Ab'a' Y ---> Yba' Y ---> Eb'aE	((		YbAa = Yba * Aab
4+2	Yb'aY	)) or	)( )(	Yb' Ya = Yb'a * Yab'
4+3	Yba' Y	((or	)( )(	YbYa' = Yba' * Ya'b
4+5	YbaY	( ) or	)( )(	YbYa = Yba * Yab
4+6	Yb'a' Y	) (or	)( )(	Yb' Ya' = Yb'a' * Ya'b'
5	Yba'A <--> Ab'aY ---> YbaY ---> Eb'a'E	( )		YbAa' = Yba' * Aa'b
6	Aba' Y <--> Yb'aA ---> Yb'a' Y ---> EbaE	) (		AbYa' = Aba' * Ya'b
7	Aba'A <--> Ab'aA ---> EbaE ---> Eb'a'E	∪∩		AbAa' = Aba' * Aa'b

7 CASI	D10	von Holland G.J.	Stanhope C.	Bentham G.	Hamilton W.	Gergonne J.D.
1	Aba A	**b/1=a/1 , b/∞=a/∞**	*all b = all a*	**Tb=Ta**	**all b is all a**	**b I a**
2	Aba Y	**b/1=a/f**	**all b = some a**	**Tb=Pa**	**all b is some a**	**b (a**
3	Yba A	**b/f=a/1**	some b = all a	**Pb=Ta**	**some b is all a**	**b) a**
4+2	Yb'a Y	(b/∞)/f=a/g	some not-b = some a	Pb'=Pa	some b' is some a	b' X a
4+3	Yba' Y	b/f=(a/∞)/g	**some b = some not-a**	Pb=Pa'	some b is some a'	b X a'
4+5	Yba Y	**b/f=a/g**	**some b = some a**	**Pb=Pa**	**some b is some a**	**b X a**
4+6	Yb'a' Y	(b/∞)/f=(a/∞)/g	some not-b = some not-a	Pb'=Pa'	some b' is some a'	b' X a'
5	Yba' Y	**b/f=a/∞ , b/∞=a/f**	some b = all not-a	Pb=Ta'	some b is all a'	b) a'
6	Aba' Y	b/1=(a/∞)/f , (b/∞)/f=a/1	**all b = some not-a**	Tb=Pa'	all b is some a'	b (a'
7	Aba' A	**b/1=a/∞ , b/∞=a/1**	*all b = all not-a*	Tb=Ta'	all b is all a'	b I a'

espressioni di completamento plausibili

espressioni di completamento estranee all'autore

espressioni proprie dell'autore

arricchito delle classi negative